ка. Ч. 2. – М.: Физматгиз, 1963. – 728 с.

2. Акуленко Л.Д., Георгиевский Д.В., Кумакшев С.А., Нестеров С.В. *Численно-аналитическое исследование стационарного течения вязкой жидкости в плоском конфузоре* // Докл. АН России. – 2000. – Т. 374. – № 1.– С. 43–47.

К ТЕОРИИ КАВИТАЦИОННЫХ ДИАГРАММ

А.М.Бикчентаев, Мохамед Сабри Салем*

Казанский государственный университет

420008, Казань, ул. Кремлевская, 18

Airat.Bikchentaev@ksu.ru

**Эншамский государственный университет (Каир, Египет)*

Тригонометрически выпуклые функции (далее твф) имеют замечательные применения в теории целых функций и в теории кавитационных диаграмм для гидропрофилей (см. [1-3]). Здесь при естественных ограничениях мы доказываем, что обобщенный оператор Харди-Литтлвуда переводит твф в твф, усеченная свертка твф с произвольной неотрицательной непрерывной функцией и "сопряженная" усеченная свертка двух твф есть снова твф.

Определение [3]. *Функция* $f : [a,b] \to R$ *называется твф на* $[a,b]$, *если*

$$f(x) \le H(x) := A\cos x + B\sin x$$

для любых $x,\ x_1,\ x_2$ таких, что $a < x_1 < x < x_2 < b,\ \ 0 < b - a < \pi$, где $H(x_1) = f(x_1),\ \ H(x_2) = f(x_2)$.

Теорема 1. *Пусть* $f \in C^2[0,\pi]$ *является неотрицательной твф на* $[0,\pi]$ *и функция* $\rho : [0,1] \to [0,+\infty)$ *непрерывна. Тогда интеграл*

$$F(t) = \int_0^1 f(tu)\rho(u)du, \quad 0 \le t \le \pi,$$

определяет твф на $[0,\pi]$.

Для $\rho \equiv 1$ это утверждение было получено в [4].

Теорема 2. *Пусть $f(x)$ — твф, имеющая непрерывные производные вплоть до второго порядка на $[0,\pi]$ и функция $g : [0,\pi] \to [0,+\infty)$ непрерывна. Если $f(0) = f'(0) = 0$, то усеченная свертка*

$$f \times g(t) = \int_0^t f(t-u)g(u)du, \quad 0 \le t \le \pi,$$

является твф на $[0,\pi]$.

Отметим, что утверждение теоремы 2 останется справедливым, если вместо условия $f(0) = f'(0) = 0$ потребовать дифференцируемость функции g и выполнение неравенства $f(0)g'(t) + f'(0)g(t) \ge 0$ на $[0,\pi]$.

Теорема 3. *Пусть неотрицательные твф $f, g \in C^2[0,\pi]$ такие, что их произведение fg не убывает. Тогда "сопряженная" усеченная свертка*

$$f \star g(t) = f(t)\int_0^t g(u)du + g(t)\int_0^t f(u)du, \quad 0 \le t \le \pi,$$

является твф на $[0,\pi]$.

При доказательстве приведенных утверждений применяется классическая

Теорема Дж. Пойа [5]. *Пусть функция $F(x)$, $a < x < b$, является непрерывной и имеет непрерывные производные до второго порядка. Для тригонометрической выпуклости $F(x)$ необходимо и достаточно выполнения дифференциального неравенства*

$$F(x) + F''(x) \ge 0, \quad a < x < b.$$

Заметим, что обычное произведение двух твф не всегда является твф. Еще одно интересное свойство оператора усеченной свертки было найдено в [6].

Работа поддержана РФФИ (проект № 98-01-00103) и программой "Университеты России" (проект № 990213).

ЛИТЕРАТУРА

1. Авхадиев Ф.Г., Маклаков Д.В. *Критерий разрешимости задачи построения профилей по кавитационной диаграмме*// Изв. вузов. Математика. – 1994. – № 7. – С. 3–12.

2. Авхадиев Ф.Г., Маклаков Д.В. *Аналитический метод построения гидропрофилей по заданной кавитационной диаграмме*// Докл. АН России. – 1995. – Т. 343. – № 2. – С. 195–197.

3. Левин Б. Я. *Распределение корней целых функций.* – М.: Гостехиздат, 1956. – 632 с.

4. Мохамед Сабри Салем. *Некоторые свойства тригонометрически выпуклых функций*/ Казанс. ун-т. НИИММ им. Н.Г.Чеботарева. – Казань, 2000. – 10 с. Деп. в ВИНИТИ 28.06.00, № 1810-В00.

5. Peixoto M. M. *Generalized convex functions and second order differential inequalities*// Bull. Amer. Math. Soc. – 1949. – V. 55. – P. 563–572.

6. Бикчентаев А. М. *Усеченная свертка функций Орлича является N-функцией*// Труды Матем. центра им. Н.И.Лобачевского. Т. 5. Актуальные проблемы математики и механики. – Казань: УНИПРЕСС, 2000. – С. 33–35.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ К РЕШЕНИЮ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ПРЕПЯТСТВИЙ

Н.А.Димитриева, А.Г.Терентьев

Чувашский государственный университет

tag@www.chuvsu.ru

В работе рассмотрено решение прямых и обратных нелинейных осесимметричных краевых задач гидродинамики идеальной жидкости методами теории p–аналитических функций Г.Н. Положего [1]. Такой подход использовался авторами при решении осесимметричных задач о безотрывном [2] и кавитационном [3] обтекании препятствий с криволинейными границами, в частности, сферических сегментов и симметричных частей эллипсоидов вращения. Возможность решения с его помощью и обратных краевых задач показана в настоящей работе.

Метод решения основан на том факте, что функция $W(z) = \Phi(x, y)+$